FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA
Departman za proizvodno mašinstvo
Tehnološka logistika i preduzetništvo

Tema:

EKSPERIMENTALNE METODE OPTIMIZACIJE

Dr Dejan Lukić

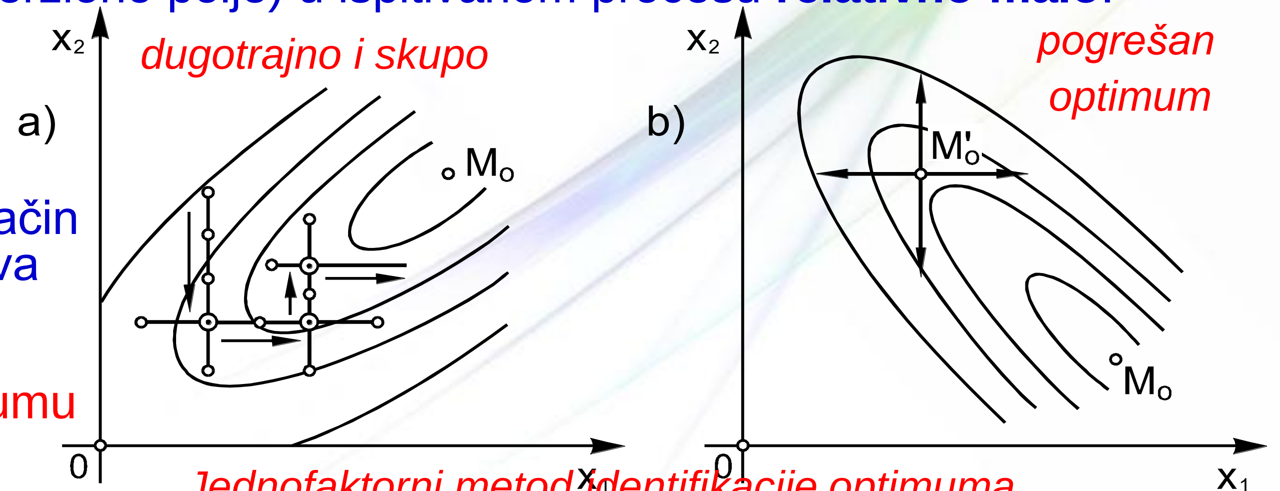
Boks-Vilsonova gradijentna metoda

Primenom opšte teorije **Boks-Vilsonove metode** mogu se uspešno rešiti **tri zadatka** tehnoekonomske optimizacije procesa. To su:

1. ***Statistička identifikacija nepoznatih parametara*** *ili efekata* ***u*** *pretpostavljenom linearnom ili nelinearnom* ***matematičkom modelu procesa****, sa ocenom* ***adekvatnosti modela****, uz najmanje moguće troškove i vreme ispitivanja, ali i uz visok stepen pouzdanosti rezultata,*
2. ***Analiza signifikantnosti pojedinih kontrolisanih faktora procesa****, odnosno pouzdana selekcija na grupe signifikantnih i nesignifikantnih faktora, što je značajno u metodologiji i tehnici optimizacije procesa i*
3. ***Utvrđivanje najpovoljnijih radnih uslova procesa preko identifikacije gradijentnih linija*** *ili optimalnih režimsko-tehnoloških trasa upravljanja procesom pri nepoznatom obliku f-je optimizacije (eksperimentalno-statistička optimizacija i upravljanje procesom na osnovu empirijske povratne sprege).*

Kada se primeni na treći zadatak, metoda je poznata pod nazivom **Boks-Vilsonova gradijantna metoda**, i koristi se prvenstveno u onim slučajevima kada je **polje šuma** (disperziono polje) u ispitivanom procesu **relativno malo**.

Suština metode je u razvijenom **algoritmu sukcesivnih koraka** pomoću kojih se na brz način i sa relativno malo troškova vrši **kretanje po gradijentnoj liniji** ka optimalnoj oblasti i optimumu obradnog procesa.



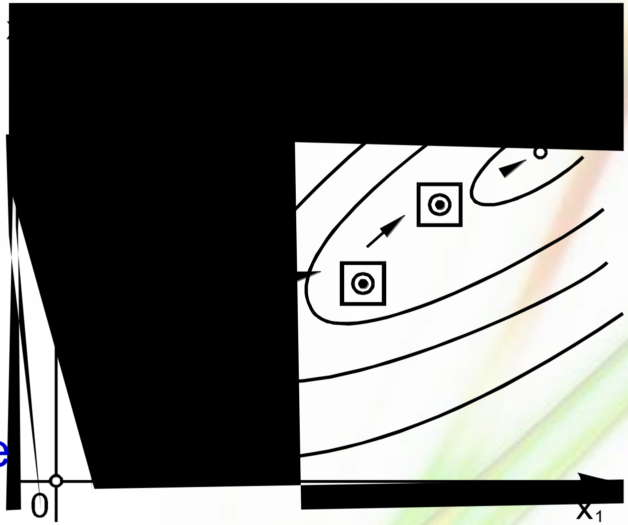
Jednofaktorni metod identifikacije optimuma

Boks-Vilsonova gradijentna metoda

Operativni postupak po Boks-Vilsonovoj gradijentnoj metodi, tj. kretanje po gradijentnoj liniji do optimuma (M_o) procesa, sastoji se iz **određenog broja sukcesivnih ciklusa**.

Pojedini ciklusi imaju sledeću zajedničku strukturu: $$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i x_i$$

Na taj način se opisuje jedan manji deo površine reagovanja **polinomnom funkcijom prvog stepena** na osnovu **eksperimentalno realizovane plan-matrice prvog reda**. Cilj ovog opisivanja nije predikcija procesa, odnosno karakteristike procesa y ili nivoa kriterijuma optimalnosti F_c, već definisanje **pravca i smera gradijenta na gradijentnoj liniji**.



Broj ponavljanja eksperimenata zavisi od veličine polja šuma, poznate i kao **veličine ukupne greške eksperimenata**. Ako je ova greška mala, tj. ako su rezultati dovoljno stabilni i pouzdani, ponavljanje se izvodi u jednoj tački, centralnoj ili u tački sa najpovoljnijim rezultatima. U suprotnom, ponavljanje treba izvesti u svim tačkama plana.

- Definisanje gradijenta funkcije (grad y) a potom i jednačina prave ($x_k = \lambda * b_k$) u odnosu na centralnu tačku ortogonalnog plana, pri čemu vrednost parametra λ koja određuje položaj (korak) uzastopnih tačaka na gradijentnoj liniji u okviru jednog ciklusa. Na bazi koraka se u pravcu gradijentne linije određuju koordinate **sledeće tačke plana eksperimenta**.

Veličina koraka utiče na broj eksperimenata u ciklusu. Pri manjem koraku biće veći broj eksperimenata, ali pri suviše velikom koraku može se preskočiti optimum.

Boks-Vilsonova gradijentna metoda

Tačkom sa najboljim rezultatom završava se posmatrani ciklus. Ova tačka se uzima za **centralnu tačku ortogonalnog plana** u narednom ciklusu čija su struktura i postupak ispitivanja identični prethodnom ciklusu.

Ciklusi se nastavljaju sve do onog trenutka kada **svi koeficijenti regresije b_i linearnog modela postanu nesignifikantni** tj. kada se uđe u optimalno područje obradnog procesa, za koje je linearni model najčešće neadekvatan pa se dalje preciznije utvrđivanje položaja optimuma u ovoj oblasti izvodi preko planova i modela **drugog ili višeg reda**.

Može se dogoditi da na gradijentnoj trasi jedan ili nekoliko efekata, odnosno koeficijenata modela prime **vrlo male vrednosti** u odnosu na druge efekte. Mogući razlozi za to su:

•***Dotični faktori nisu signifikantni***, *pa se posle testiranja mogu isključiti iz dalje analize procesa, što uprošćuje, ubrzava i pojeftinjuje analizu,*

•***Vrednosti faktora nalaze se u blizini svojih optimuma***, *pa se gradijentna trasa usmerava u pravcu ostalih faktora i*

•***Uzak interval varijacije faktora***, *proizišao iz respektivne šeme kodiranja, pa je nužna korekcija šeme kodiranja, odnosno intervala varijacije.*

Navodi se, kao primer ilustracije izložene procedure metoda, **optimizacija geometrijskih elemenata strugarskog noža sa pločicom od tvrdog metala**, izvedena na osnovu postojanosti kao kriterijuma optimizacije. Primenjen je Boks-Vilsonov gradijentni metod, Režimi obrade: *v=100 m/min, s=0,1 mm/o*, *a=2 mm*, tvrdoća obratka *HB=320-330 kN/cm*^{2}, obrada bez hlađenja. Izdvojen je sistem od pet primarnih geometrijskih elemenata: $x_1=\kappa$, $x_2=\alpha$, $x_3=\gamma$, $x_4=\kappa_1$ i $x_5=r$ (**petofaktorni proces**).

Plan i rezultati eksperimenta

Najpovoljniji rezultat ostvaren je u eksperimentu **No.3** .

$$(\bar{T} = 54\,\text{min})$$

Time je završen prvi ciklus. Naredni ciklus izvodi se na identičan način, sa **centrom plana u tački** *No.3*.

R. br.	FAKTORI	PLAN 2^{5-2}						$\bar{T}$ [min]
			κ	α	γ	κ_1	r	
1	OSNOVNI NIVO (X_{0i})		45	10	-5	15	0,5	
2	INTERVAL VARIJACIJE (w_i)		5	2	2	3	0,2	
3	GORNJI NIVO (X_{gi})		50	12	-3	18	0,7	
4	DONJI NIVO (X_{di})		40	8	-7	12	0,3	
5	KOD FAKTORA	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_4=x_1x_2x_3$	$x_5=x_1x_3$	-
6	TAČKA 1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	21
	2	+1	+1	-1	-1	+1	-1	12
	3	+1	-1	+1	-1	+1	+1	19
	4	+1	+1	+1	-1	-1	-1	24
	5	+1	-1	-1	+1	+1	-1	12
	6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	15
	7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	24
	8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	33
7	b_i	20	1	5	1	-1	2	-
8	b_iw_i	-	5	10	2	-3	0,4	-
9	$\lambda=\mu/\lvert b_b \rvert$	1/5						
10	KORAK λb_iw_i		1	2	0,4	-0,6	0,08	-
11	ZAOKRUŽEN KORAK		1	2	1	-1	0,1	-
	EKSPERIMENTI NA GRADIJENTNOJ LINIJI No.1		46	12	-4	14	0,6	24
	No.3		48	16	-2	12	0,8	54
	No.5		50	20	0	10	1,0	9

Metode slučajnog pretraživanja

Sve metode **slučajnog ili stohastičkog pretraživanja** temelje se, pri definisanju pravca kretanja ka optimumu i određivanja optimuma nekog objekta optimizacije, na **teoriji slučajnih brojeva**, tj. na slučajnom izboru vrednosti nezavisnih promenljivih $\vec{x} = (x_i) \quad i = \overline{1,k}$

u pojedinim koracima operativne procedure metode.

Bitan pojam ovih metoda je **slučajni vektor**: $\vec{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots, \alpha_k)$

kojim se definiše slučajni pravac u **višefaktornom (*k-tom*) prostoru**. Ovaj vektor može primiti, sa jednakon verovatnoćom, **bilo koji pravac** u *k-tom* prostoru. Njegov intenzitet je, uz to, jednak **jedinici:** $(|\vec{\alpha}| = 1)$

Postoji više metoda slučajnih pretraživanja. Među njima su najvažnije:

- **metoda "slepog" pretraživanja**,
- **metoda slučajnih pravaca**,
- **metoda slučajnih pravaca sa obrnutim korakom**,
- **slučajna metoda Nollau-a i Fürst-a**,
- **slučajna EVOP-metoda** i dr.

Slučajna EVOP metoda

Jednu vrlo jednostavnu ili efektivnu varijantu metoda slučajnih pretraživanja predstavlja slučajna EVOP-metoda ili REVOP-metoda (**Random EVolutionary OPeration**).

Ovu metodu karakterišu **četiri osnovna obeležja**:

1. ***Primenjuje se u optimizaciji složenih procesa*** *sa vrlo velikim brojem ulaznih, upravljajućih faktora (slučaj višefaktornih procesa),*
2. ***Odluke*** *o prirodi i toku optimizacije* ***se donose direktno na osnovu eksperimentalnih rezultata****,*
3. *Metod je koncipiran za optimizaciju procesa* ***u direktnim proizvodnim uslovima*** *i*
4. ***Struktura i algoritam metoda vrlo su jednostavni****: broj eksperimenata je mali, u odnosu na izrazito veliki broj ulaznih faktora, i malo zavisi od broja faktora, analiza rezultata svedena je na proste numeričke operacije, izbegnut je proračun koeficijenata višestruke regresije.*

Optimizacija procesa pomoću slučajne EVOP-metode deli se na **dve etape**:

1.Selekciju singnifikantnih ulaznih faktora i 2.Neposrednu optimizaciju procesa

1.S obzirom da postoji mogućnost da se neki uticajni ($k+1$)-ti faktor propusti i ne obuhvati eksperimentalno-statističkom analizom, pribegava se uključenjem svih relevantnih faktora, što, na drugoj strani, čini sistem respektivnih ulaznih faktora mnogobrojnim.
Rešenje problema postiće se primenom **metoda selekcije faktora**, kojim se izdvajaju signifikantni ulazni faktori iz obimnog skupa indentifikovanih faktora. U okviru metoda selekcije faktora razvijeno je više postupaka.

Slučajna EVOP metoda

2. Posle izdvajanja skupa signifikantnih faktora, započinje druga etapa tj. primena EVOP metode.

Na navedenom primeru pokazana je procedura primene slučajne EVOP-metode na jednom **desetofaktornom procesu**. U praksi se formira radna tablica slučajne EVOP-metode, u koju se unose:

- **eksperimentalni rezultati,**
- **rezultati proračuna i**
- **tok kretanja ka optimumu procesa:**

$$D_1 = \frac{d_1^2}{c}$$

RE@MSKE TA^KE (E)	ULAZNI FAKTORI PROCESA										EKSPERIM. REZULTATI (y)
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	
E_0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	14,2
d_1	4	9	1	5	7	5	4	8	5	9	
$D_1 = d_1^2/40$	+0,4	-2,0	+0,0	-0,6	-1,2	+0,6	-0,4	-1,6	-0,6	-2,0	
$E_1 = E_0 + D_1$	5,4	3,0	5,0	4,4	3,8	5,6	4,6	3,4	4,4	3,0	22,3
$E_2 = E_1 + D_1$	5,8	1,0	5,0	3,8	2,6	6,2	4,2	1,8	3,8	1,0	16,0
d_2	0	5	5	4	5	5	5	0	4	3	
$D_2 = d_2^2/12$	-0,0	+2,1	-2,1	-1,3	-2,1	+2,1	-2,1	-0,0	+1,3	+0,4	
$E_3 = E_1 + D_2$	5,4	5,1	2,9	3,1	1,7	7,7	2,5	3,4	5,7	3,7	31,8
$A_4 = E_3 + D_2$	5,4	7,2	0,8	1,8	-0,4	9,8	0,4	3,4	7,0	4,4	
E_4	5,4	7,2	0,8	1,8	0,4	9,8	0,4	3,4	7,0	4,4	39,6
$A_5 = A_4 + D_2$	5,4	9,3	-1,3	0,5	-2,5	11,9	-1,7	3,4	8,3	5,1	
E_5	5,4	9,3	1,3	0,5	2,5	11,9	1,7	3,4	8,3	5,1	31,3
d_3	1	4	8	7	1	6	0	3	5	0	
$D_3 = d_3^2/30$	-0,0	+0,5	+2,1	+1,8	+0,0	-1,2	+0,0	+0,3	+0,8	-0,0	
$A_6 = A_4 + D_3$	5,4	7,7	2,9	3,6	-0,4	8,6	0,4	3,7	7,8	4,4	
E_6	5,4	7,7	2,9	3,6	0,4	8,6	0,4	3,7	7,8	4,4	30,8
$A_7 = A_4 - D_3$	5,4	6,7	1,3	0,0	0,4	11,0	0,4	3,1	6,2	4,4	
E_7	5,4	6,7	1,3	0,0	0,4	11,0	0,4	3,1	6,2	4,4	38,0
d_4	3	8	9	7	6	7	4	9	5	1	
$D_4 = d_4^2/40$	-0,2	+1,6	2,0	-1,2	-0,9	-1,2	-0,4	+2,0	-0,6	-0,0	
$A_8 = A_4 + D_4$	5,2	8,8	2,8	0,6	-1,3	8,6	0,0	5,4	6,4	4,4	
E_8	5,2	8,8	2,8	0,6	1,3	8,6	0,0	5,4	6,4	4,4	23,5
$A_9 = A_4 - D_4$	5,6	5,6	-1,2	3,0	0,5	11,0	0,8	1,4	7,6	4,4	
E_9	5,6	5,6	1,2	3,0	0,5	11,0	0,8	1,4	7,6	4,4	32,8
d_5	9	7	3	1	2	6	1	7	1	8	
$D_5 = d_5^2/40$	-2,0	-1,2	-0,2	-0,0	-0,1	-0,9	+0,0	+1,2	+0,0	+1,6	
$A_{10} = A_4 + D_5$	3,4	6,0	0,6	1,8	-0,5	9,1	0,4	4,6	7,0	6,0	
E_{10}	3,4	6,0	0,6	1,8	0,5	9,1	0,4	4,6	7,0	6,0	5,51
$A_{11} = A_{10} + D_5$	1,4	4,8	0,4	1,8	0,4	8,2	0,4	5,8	7,0	7,6	
E_{11}	1,4	4,8	0,4	1,8	0,4	8,2	0,4	5,8	7,0	7,6	7,16
$A_{12} = A_{11} + D_5$	-0,6	3,6	0,2	1,8	0,3	7,3	0,4	7,0	7,0	9,2	
E_{12}	0,6	3,6	0,2	1,8	0,3	7,3	0,4	7,0	7,0	9,2	88,15
$A_{13} = A_{12} + D_5$	-2,6	2,4	0,0	1,8	0,2	6,4	0,4	8,2	7,0	10,8	
E_{13}	2,6	2,4	0,0	1,8	0,2	6,4	0,4	8,2	7,0	10,8	82,3
d_6	1	1	7	4	2	6	9	3	8	1	
$D_6 = d_6^2/40$	-0,0	+0,0	-1,2	-0,4	-0,1	-0,9	+2,0	+0,2	+1,6	+0,0	
$A_{14} = A_{12} + D_6$	-0,6	3,6	-1,0	1,4	0,2	6,4	2,4	7,2	8,6	9,2	
E_{14}	0,6	3,6	1,0	1,4	0,2	6,4	2,4	7,2	8,6	9,2	90,42
$A_{15} = A_{14} + D_6$	-0,6	3,6	-2,2	1,0	0,1	5,5	4,4	7,4	10,2	9,2	
E_{15}	0,6	3,6	2,2	1,0	0,1	5,5	4,4	7,4	10,2	9,2	84,5
d_7	4	3	3	6	1	2	8	8	5	9	
$D_7 = d_7^2/40$	-0,4	-0,2	+0,2	-0,9	+0,0	+0,1	-1,6	+1,6	-0,6	-2,0	
$A_{16} = A_{14} + D_7$	-1,0	3,4	-0,8	0,5	0,2	0,5	0,8	8,8	9,2	7,2	
E_{16}	1,0	3,4	0,8	0,5	0,2	6,5	0,8	8,8	9,2	7,2	82,6
$A_{17} = A_{14} + D_7$	-0,2	3,8	-1,2	2,3	0,2	6,5	4,0	5,6	8,0	11,2	
E_{17}	0,2	3,8	1,2	2,3	0,2	6,5	4,0	5,6	8,0	11,2	92,58

Slučajna EVOP metoda

Polazna tačka metode bira se tako da se poklapa sa regularnim radnim uslovima I ona se kodira sa 5,0 za sve ulazne faktore.

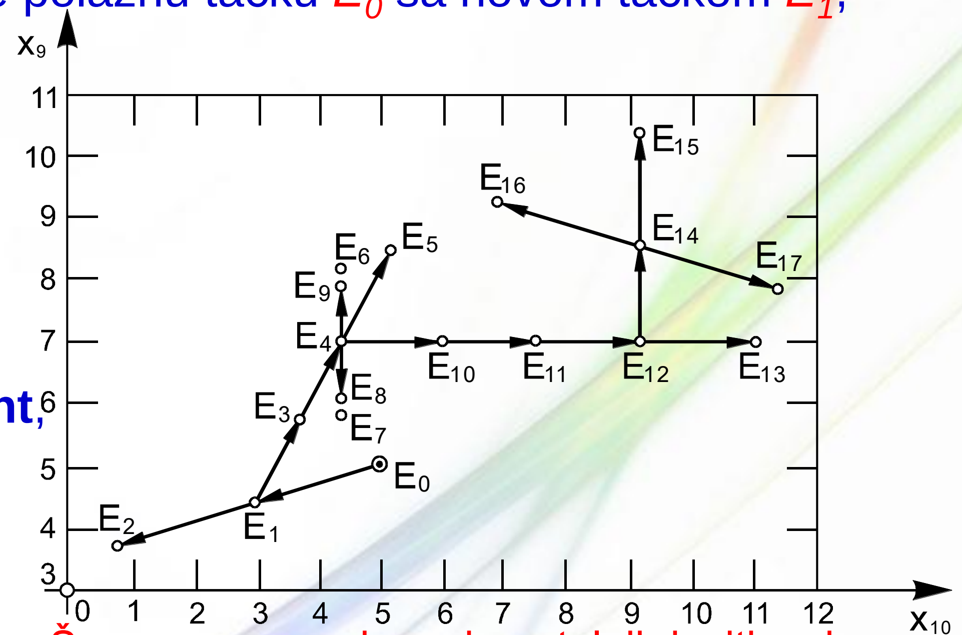
Oko polazne tačke **simetrično se raspoređuje** (u okviru izabranih intervala varijacije) gornji odnosno donji nivo faktora sa kodovima 10,0 i 0,0.

Nakon izvršenog eksperimenta u polaznoj tački (*E_0*), bira se naredna režimska tačka na slučajan način: svakom faktoru pridružuje se na slučaj jedan od brojeva od 0 do 9. Koordinate vektora, koji povezuje polaznu tačku *E_0* sa novom tačkom *E_1*, određuje se iz formule:

$$D_1 = \frac{d_1^2}{c}$$

Koordinatama D_1 se pridružuje, opet na slučajan način, **pozitivan ili negativan znak.**

U tako određenoj drugoj režimskoj tački (*$E_1=E_0+D_1$*) **izvodi se drugi eksperiment,** pa ako je dobijeni rezultat povoljniji od prethodnog, nastavlja se treći eksperiment u tački *$E_2=E_1+D_1$*, i tako redom sve dok je naredni rezultat povoljniji od prethodnog.



Šema pravaca eksperimentalnih ispitivanja prema slučajnoj EVOP- metodi

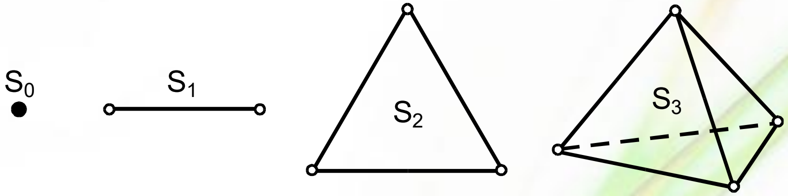
Kada se u nekom koraku pojavi slučaj da je dobijeni eksperimentalni rezultat nepovoljniji od prethodnog, **menja se pravac trase eksperimenta** tako što se utvrđuju nove vrednosti slučajnih veličina *d*, izračunavaju karakteristične vrednosti *D* a zatim i koordinate nove režimske tačke, polazeći od one prethodne tačke u kojoj je postignut najbolji eksperimentalni rezultat.

Simpleksna metoda

Geometrijski model faktornog plana u simpleksnom metodu **ima oblik pravilnog ili regularnog simpleksa**, tj. režimske tačke višefaktornog procesa obrazuju **pravilan simpleks** u višefaktornom ili hiperprostoru.

Simpleks, dakle, definiše skup *k+1* **nezavisnih tačaka** koje obrazuju mnogogranu figuru u *k-dimenzionom* prostoru. Za *k=3* simpleks predstavlja proizvoljni **tetraeder** koji je nepravilna **trostrana piramida**, ali i pravilna trostrana piramida ako je pravilan simpleks, za *k=2* formira se dvodimenzionalni simpleks u vidu **trougla**, za *k=1* je jednomenzionalni simpleks u obliku **duži** i najzad, pod nula-dimenzionim simpleksom podrazumeva se **tačka**.

Skoro redovno se u simpleksnom metodu koriste pravilni simpleksi, koji se definišu kao skup *k+1* tačaka u *k-dimenzionom* prostoru raspoređenih jedna od druge **na istom rastojanju.**



Oblici pravilnih simpleksa do k=3

Vrhovi pravilnog simpleksa čine simpleks-plan sa ***k+1* eksperimenata**. To je plan prvog reda sa minimalnim brojem tačaka.

Izvodi se *k+1* eksperimenata u prvoj seriji i identifikuje se tačka sa **najnepovoljnijim rezultatom**. Ova se tačka isključuje i formira novi iz prethodnog simpleksa tako što mu se, mesto isključene, dodaje nova, njoj **simetrična tačka** u odnosu na suprotnu granu simpleksa.

Centar novog pravilnog simpleksa nalazi se na pravcu koji povezuje isključenu tačku i centar njene grane prethodnog simpleksa. To je istovremeno i **pravac pomeranja simpleks-plana**, koji se, u opštem slučaju, **ne poklapa sa pravcem gradijenta**, ali je upravljen ka višim nivoima efekata i kvaliteta datog procesa.

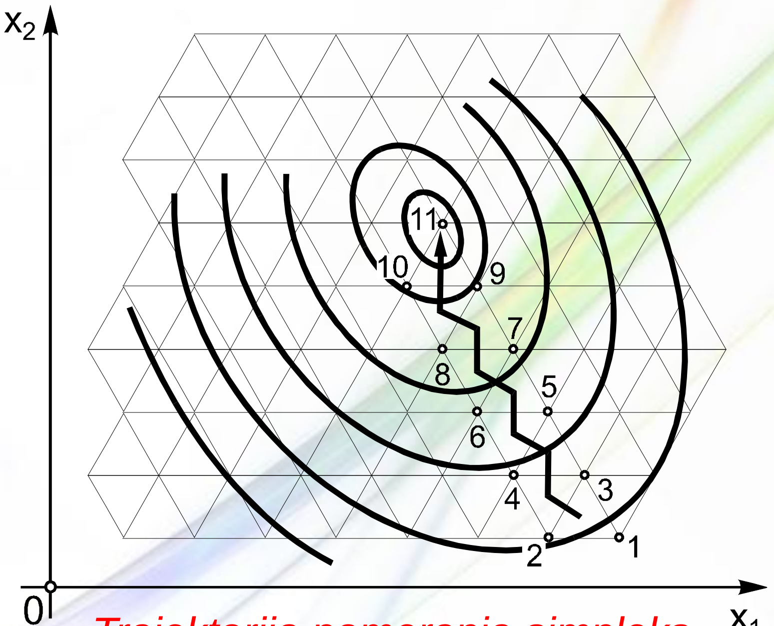
Simpleksna metoda

Ovakav metod ili pravilo sukcesivnog pomeranja simpleksa iz jednog u drugi položaj odnosno pomeranje u nov, njoj simetričan položaj u odnosu na granu naziva i **metod refleksije.** Refleksijom se, dakle, "pokreću" simpleksi po simpleksnoj trajektoriji **ka traženom optimumu objekta**.

Pored metoda refleksije, simpleksi se sukcesivno "pokreću" ka optimumu objekta i pomoću, još **tri metoda** poznata pod imenom **metod rastezanja**, **metod sabijanja** i **metod redukcije**. U ovim metodama simpleks gubi svojstvo pravilne krute figure i prelazi u tzv. **fleksibilni simpleks**.

Pre formiranja matrice početnog simpleks-plana radi eksperimentalne optimizacije nekog višefaktornog procesa potrebno je da se:

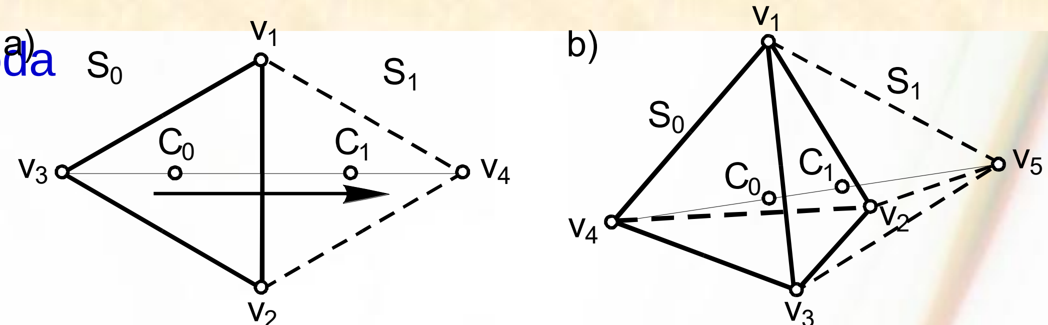
- ***Izvrši selekcija ulaznih faktora*** *procesa, izdvajanjem bitnih faktora,*
- ***Definišu granice eksperimentalne oblasti*** *uzimajući u obzir granične uslove procesa,*
- ***Izaberu koordinate centralne tačke plana****, odnosno vrednosti osnovnih nivoa ulaznih, upravljačkih faktora i*
- ***Utvrdi metrika višefaktornog prostora****, odnosno intervali varijacije ulaznih faktora i kodovi nivoa faktora.*



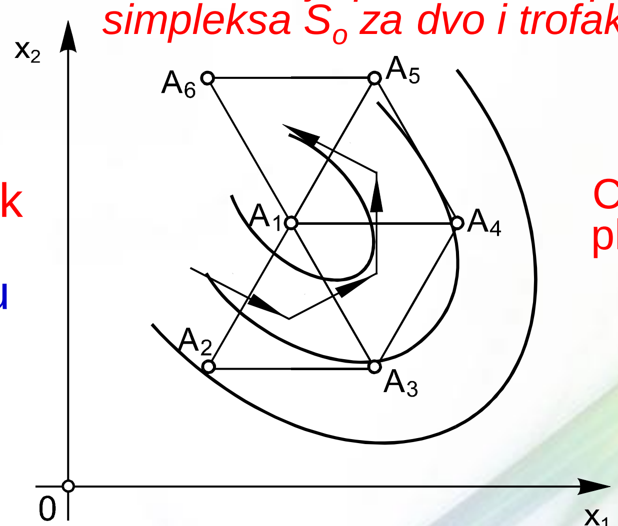
Trajektorija pomeranja simpleks-planova ka optimumu dvofaktornog procesa

Simpleksna metoda

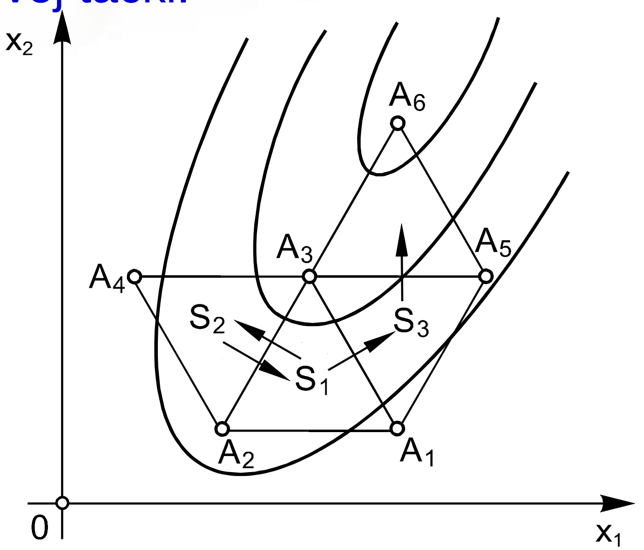
U praktičnoj primeni simpleksnog metoda moguć je jedan specifičan slučaj: **cirkulacija simpleks-planova oko određene tačke**. Cirkulacija se otkriva stalnim prisustvom jedne iste tačke u simpleks-planu i posle *k+1* koraka, tj. posle ukupno *2(k+1)* eksperimenata računajući od njenog ulaska u simpleks. Postoje **dva moguća uzroka cirkulacije**. **Prvi**, tačka se nalazi u užoj okolini optimuma procesa, i **drugi**, u tački je, sa izmerenom vrednošću, superponiran visok pozitivan šum procesa. Oba uzroka se otkrivaju **ponavljanjem eksperimenata** u ovoj tački.



Formiranje pravilnih simpleksa S_1 iz simpleksa S_o za dvo i trofaktorni proces



Cirkulacija simpleks-planova u optimalnoj oblasti

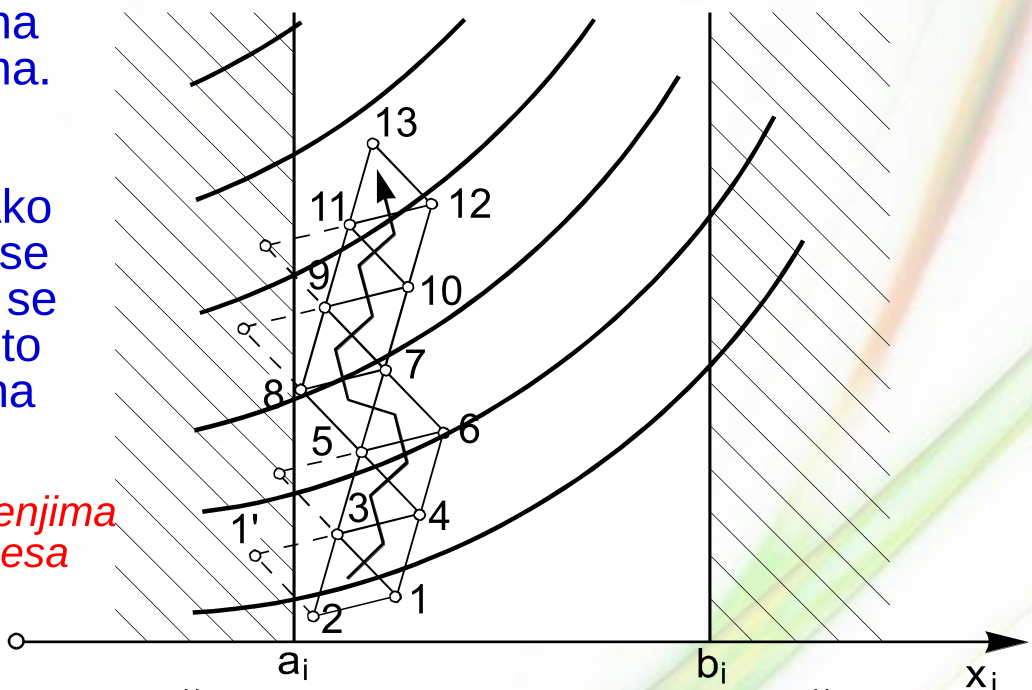


Slučaj oscilovanja simpleks-plana

Dogodi li se da izmerena vrednost y_4 bude najnepovoljnija u novom simpleksu S_2, pri čemu je y_1 bilo najnepovoljnije u simpleksu S_1, tada nastaje oscilovanje između novog (S_2) i prethodnog (S_1) simpleksa pa se prekida dalja primena pravila refleksije, a ispitivanje se koncentrše na početni simpleks S_1 tako što se iz simpleksa S_1 isključuje sledeća nepovoljna vrednost, odnosno vrh A_2 i formira novi simpleks $\boldsymbol{S_3}$.

Simpleksna metoda

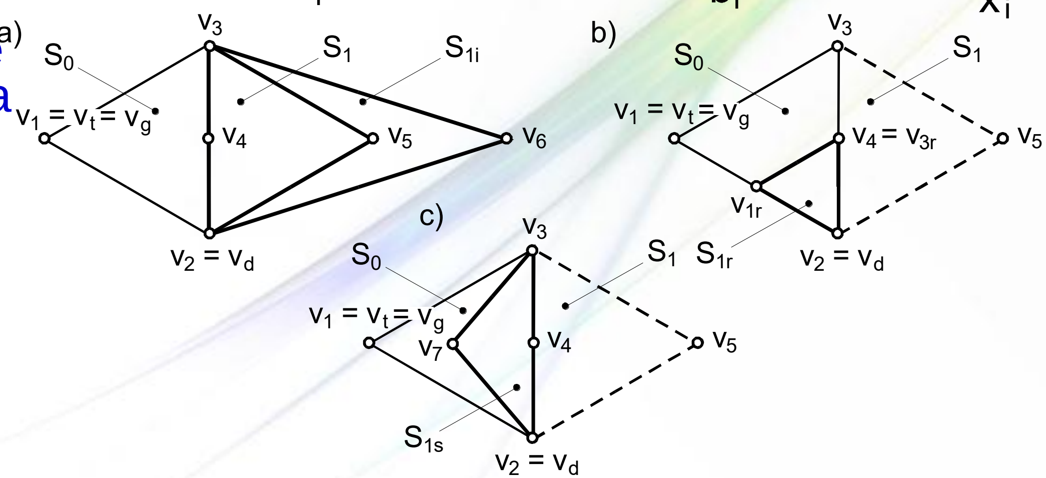
Ograničenja upravljajućih faktora prisutna su skoro redovno u proizvodnim uslovima. Nova tačka novog simpleksa **ne sme pasti u nedozvoljenu oblast** jer bi se time narušio normalan režim procesa. Ako kontrola položaja ove tačke, pokaže da se ona nalazi u nedozvoljenoj oblasti, tada se iz prethodnog simpleksa isključuje (mesto najnepovoljnije tačke naredna nepovoljna tačka.



Simpleks metod sa ograničenjima upravljajućih faktora procesa

Oblici fleksibilnih simpleksa

Mane pravilnog simpleksa otklanjaju se ili se ublažavaju do tolerantnog stepena razvojem simpleksnih procedura ali na bazi **fleksibilnog simpleksa**. Ako se pravilni simpleks učini fleksibilnim, kao na primer elastičnom mnogogranom figurom, koji se po volji može istezati i sabijati, tada se postiže bolje prilagođavanje simpleks-planova topologiji date funkcije optimizacije F_c.



Ilustracija rastezanja (a), redukcije (b) i sabijanja (c) dvodimenzionog simpleksa

Regresiona metoda

Primenom regresione metode postižu se, u nauci i tehnici, važni ciljevi:

- *Postavljanje matematičkog modela*, odnosno **jednačine višestruke regresije** za raznovrsne objekte sa **analizom adekvantnosti modela i signifikantnosti pojedinih faktora**, odnosno promenljivih veličina, u modelu. Pri tome se modeli odnose, kako na modele karakteristika, tako i na funkcije optimizacije F_c objekta.
- *Proučavanje mehanizama* nastanka pojava i dejstava u datom objektu
- *Otkrivanje veza* među pojavama i utvrđivanje oblika, karaktera i stepena veza između ovih pojava, na primer, analiza karaktera i stepena uticaja pojedinih faktora na posmatrane karakteristike, nekog objekta na osnovu matematičkog modela tog objekta.

Definisanje optimalnog vektora $\vec{x}_o = (x_{10}, x_{20}, x_{30}, \ldots, x_{k0})$

pri čemu se postiže optimalna vrednost posmatrane karakteristike $y=y_o$ ili funkcije optimizacije $F_c=F_{co}$ nekog objekta.

U vezi sa prvim ciljem treba znati da **matematički model**, odnosno stohastički model ili višestruka regresija, nekog višefaktornog objekta mora da sadrži **dve osnovne komponente**:

1. ***Funkciju srednjih vrednosti*** $\hat{y} = E(y)$ ili geometrijsko mesto centara grupisanja frekvencija u posmatranom višefaktornom prostoru i
2. ***Intervale pouzdanosti*** IP_y oko pojedinih centara grupisanja, odnosno oko regresione krive, unutar kojih se, sa verovatnoćom P_{gs}, raspoređuju vrednosti karakteristike odnosno frekvencije y

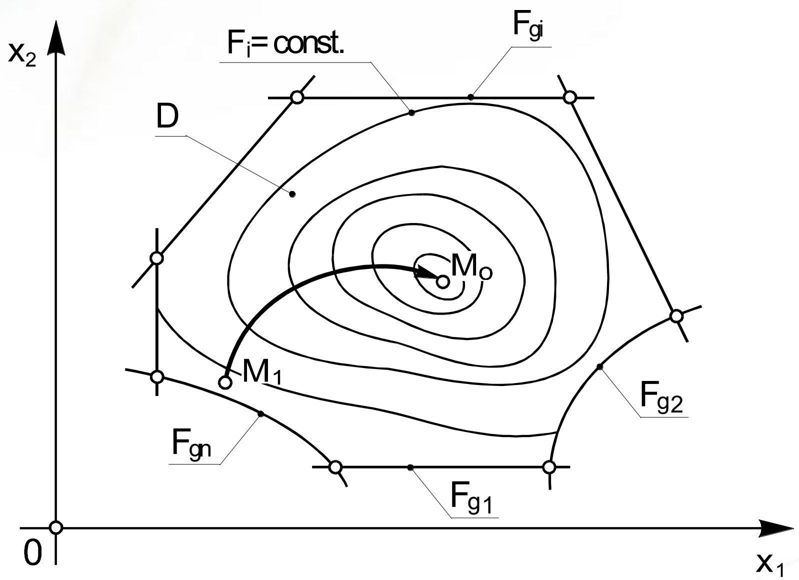
Postavljanjem konkretnog oblika višestruke regresije ili funkcije cilja za dati objekat optimizacije, **završava se prva etapa** u proceduri regresionog metoda.

Regresiona metoda

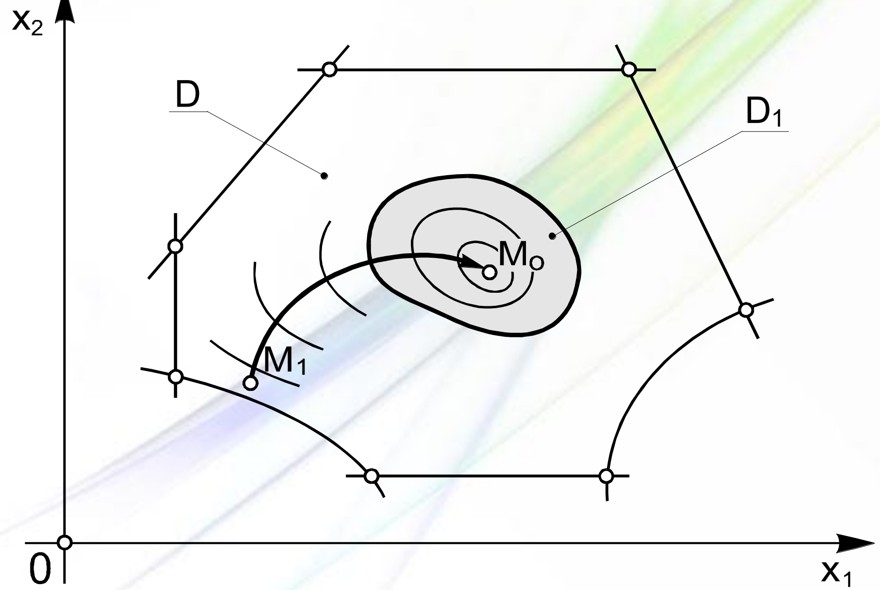
U drugoj etapi se definiše **traženi optimum datog objekta optimizacije** primenom nakog od analitičkih metoda na višestruku regresiju, dobijenu u prvoj etapi. Ovo je moguće jer se statistički model, odnosno višestruka regresija, datog objekta može, kao i svaki dati matematički model, optimizirati analitičkim metodama.Iz ovog sledi da **regresiona metoda predstavlja**, u suštini, **kombinaciju eksperimenata**, odnosno **empirijske optimizacije i analitičke optimizacije**, dakle, kombinovanu eksperimentalno-analitičku metodu optimizacije objekta.

Primenjen na optimizaciju objekta, suština regresione metode iskazuje se kroz **dve opšte procedure**:

1. Modeliranje datog objekta u celokupnom dopuštenom domenu D



2. *Modeliranje objekta u užoj oblasti D_1 optimuma M_o unutar dopuštenog domena D*



Regresiona metoda

Prva metodologija se odlikuje time da se modelira, tj. postavlja **jedinstveni model objekta** za celokupni obuhvaćeni domen *D*, dakle, jedan model datog objekta koji važi za sve tačke dopuštenog višefaktornog prostora (veći broj eksperimenata, model je složeniji).

Druga metodologija je razvijena za minimalan broj eksperimenata. Procedura je podeljena u **dve etape.**

U prvoj etapi procedure primenjuje se neka od eksperimentalnih metoda sa iterativnim, višekoračnim algoritmom, na primer, **Boks-Vilsonova** ili **simpleksna metoda**. Izabrani algoritam se sledi, tj. minimalna serija eksperimenata se izvodi, na trajektoriji gradijentnoj ili simpleksnoj, **sve do ulaska u uže područje** traženog optimuma datog objekta kada se i završava prva etapa procedure.

Druga etapa procedure obuhvata modeliranje identifikovane uže optimalne oblasti, uže oblasti oko optimuma, primenom **planova za matematičko modeliranje objekta**. Ovde se koriste višefaktorni planovi višeg reda-centralni kompozicioni plan koji omogućava da se sa relativno malim brojem eksperimenata modelira uža oblast optimuma datog objekta.

Osnovne jednačine metode

- *Jednačine ocene signifikantnosti parametara modela,*
- *Jednačine kriterijuma za ocenu adekvatnosti modela i*
- *Jednačine granica pouzdanosti modela.*